Aufgaben I

Aufgabe 1 Überlege wie die Lösung der folgenden DGLen aussieht

$$u'(t) = 0 \qquad\qquad u'(t) = 1.$$

Aufgabe 2 Versuche folgende DGL exakt zu Lösen

$$u'(t) = t^2 \qquad\qquad u'(t) = t^3 + \sin(t),$$

oder alternativ, die DGLen aus Aufgabe 1. Was kannst du mit der Anfangsbedingung festlegen?

Aufgabe 3 Wie könntest du vielleicht die DGL

$$u''(t) = f(t)$$

lösen?

Aufgabe 4 (*) Finde die exakte Lösung für die DGLen

$$u'(t) = \lambda\, u(t) \qquad \text{und} \qquad u'(t) = -t\, u(t)$$

Aufgaben II

Aufgabe 1 Kannst du mit dem Eulerverfahren alle DGL mit nur einer Ableitung lösen?

Aufgabe 2 Wende das Eulerverfahren auf die DGL

$$u'(t) = u(t)(1 - u(t)), \qquad\qquad u(0) = 0.5,$$

an und rechne die ersten Näherungen per Hand aus (mit $\Delta t = 0.2$).

Aufgabe 3 Implementiere das Eulerverfahren für **Aufgabe 2** (zB in Excel/Calc), oder für die einfacheren Gleichungen $u'(t) = 1$, $u'(t) = t$.

Aufgabe 4 Liefert das Eulerverfahren die gewünschte Lösung $u(t) = \frac{e^t}{4+e^t}$?

Aufgabe 5 (*) Wende das Eulerverfahren auf die DGL

$$u'(t) = -20\, u(t), \qquad\qquad u(0) = 1,$$

an und berechne die ersten Näherungen (mit $\Delta t = 0.2$). Was bemerkst du? Versuche danach, dieses Problem mit deinem Programm zu lösen.

Aufgaben III

Aufgabe 1 Stelle das Gleichungssystem für die DGL

$$-u''(x) = \pi^2 \sin(\pi x), \qquad u(0) = u(1) = 0$$

im Rechengebiet $(0, 1)$, mit $n = 3 \Rightarrow h = 0.25$ auf und versuche es zu lösen.

Aufgabe 2 (*) Schreibe die FD für die DGL

$$-u''(x) + b(x)\, u'(x) + c(x)\, u(x) = f(x)$$

auf.

Aufgabe 3 (*) Schreibe die FD für die DGL

$$-a\, u''(x) = f(x)$$

auf. Erhältst du immer noch ein lineares Gleichungssystem?

Aufgabe 4 (*) Versuche dann die DGL

$$-a\, u''(x) = \pi^2 \sin(\pi x), \qquad u(0) = u(1) = 0$$

im Rechengebiet $(0, 1)$, mit $n = 3 \Rightarrow h = 0.25$ zu lösen. Wie hängt die Lösung von a ab.

Aufgabe 5 (*) Stelle den die Finite Differenz für die DGL

$$(u(x)u'(x))' = f(x),$$

auf. Kannst die Gleichungen noch lösen?

Aufgabe 6 (*) Stelle den 2D Differenzenquotienten für die DGL

$$-\Delta u(x, y) = -\partial_{xx} u(x, y) - \partial_{yy} u(x, y) = f(x, y)$$

auf.