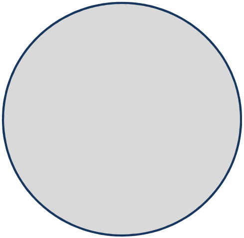
Wie fühlt sich ein Sprung aus der Stratosphäre an?

Stefan Takacs

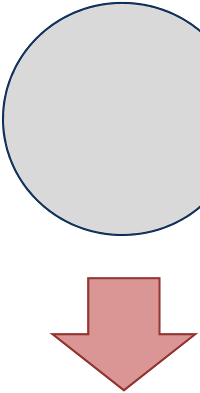
Linz, 10. April 2015

Der freie Fall

Kräftegleichgewicht

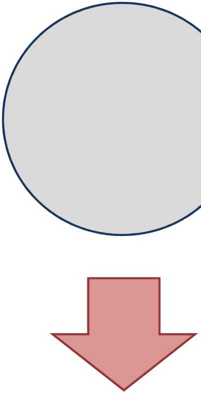


Kräftegleichgewicht



Gravitation: $F_G = m\ g$

Kräftegleichgewicht



Beschleunigung:

$$a = \frac{F_G}{m}$$

Gravitation: $F_G = m \; g$

Isaac Newton (1642 – 1727 in England)

Kräftegleichgewicht

Beschleunigung:

$$a = \frac{F_G}{m} = \frac{mg}{m} = g = 9,81$$

Kräftegleichgewicht

Beschleunigung:

$$a = \frac{F_G}{m} = \frac{mg}{m} = g = 9,81$$

Geschwindigkeit als Funktion der Zeit: $v(t)$

Kräftegleichgewicht

Beschleunigung:

$$a = \frac{F_G}{m} = \frac{mg}{m} = g = 9,81$$

Geschwindigkeit als Funktion der Zeit: $v(t)$

$$v(t) = a\,t \qquad = g\,t$$

Kräftegleichgewicht

Beschleunigung:

$$a = \frac{F_G}{m} = \frac{mg}{m} = g = 9,81$$

Geschwindigkeit als Funktion der Zeit: $v(t)$

$$v(t) = a\,t + C = g\,t + C$$

Kräftegleichgewicht

Beschleunigung:

$$a = \frac{F_G}{m} = \frac{mg}{m} = g = 9,81$$

Geschwindigkeit als Funktion der Zeit: $v(t)$

$$v(t) = a\,t + C = g\,t + C$$

Anfangsbedingung:

$$v(0) = 0$$

Kräftegleichgewicht

Beschleunigung:

$$a = \frac{F_G}{m} = \frac{mg}{m} = g = 9,81$$

Geschwindigkeit als Funktion der Zeit: $v(t)$

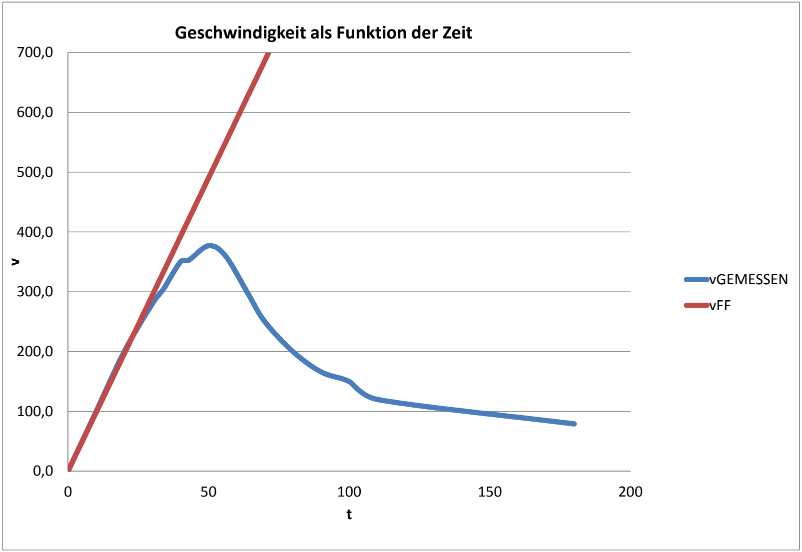
$$v(t) = a\,t \qquad = g\,t$$

Anfangsbedingung:

$$v(0) = 0$$

$\Rightarrow C = 0$

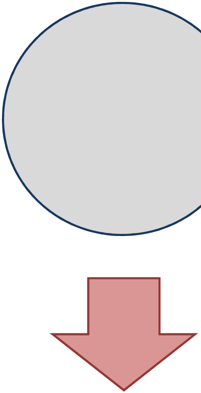
Ergebnis



Geschwindigkeit als Funktion der Zeit
700,0
600,0
500,0
400,0
300,0
200,0
100,0
0,0
v
0
50
100
150
200
t
vGEMESSEN
vFF

Der Fall mit Reibung

Kräftegleichgewicht



Beschleunigung:

$$a = \frac{F_G}{m}$$

Gravitation: $F_G = m\ g$

Kräftegleichgewicht

Reibung: $F_R = k\ v^2$

Beschleunigung:

$$a = \frac{F_G + F_R}{m}$$

Gravitation: $F_G = m\ g$

Differentialgleichung

Differentialgleichung:

$$\dot{v}(t) = g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

Differentialgleichung

Differentialgleichung:

$$\dot{v}(t) = g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

Anfangsbedingung:

$$v(0) = 0$$

Differentialgleichung

Differentialgleichung:

$$\dot{v}(t) = g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

Anfangsbedingung:

$$v(0) = 0$$

Lösungsfunktion:

$$v(t) = \sqrt{\frac{gm}{k}} \left(1 - \frac{2}{1 + \mathrm{e}^{2\sqrt{\frac{gk}{m}}t}} \right)$$

Differentialgleichung

Differentialgleichung:

$$\dot{v}(t) = g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

Anfangsbedingung:

$$v(0) = 0$$

Lösungsfunktion:

$$v(t) = \sqrt{\frac{gm}{k}} \left(1 - \frac{2}{1 + \mathrm{e}^{2\sqrt{\frac{gk}{m}}t}} \right)$$

Überprüfe, dass das wirklich eine Lösung ist!

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Differentialgleichung:

$$\dot{v}(t) = g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Differentialgleichung:

$$\dot{v}(t) = g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

Definition der Ableitung:

$$\lim_{\tau \to 0} \frac{1}{\tau}(v(t+\tau) - v(t)) = g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Differentialgleichung:

$$\dot{v}(t) = g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

Definition der Ableitung:

$$\lim_{\tau \to 0} \frac{1}{\tau} (v(t+\tau) - v(t)) = g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

Differenzenquotient:

$$\frac{1}{\tau} (v(t+\tau) - v(t)) \approx g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

für $\tau > 0$ klein.

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Differentialgleichung:

$$\dot{v}(t) = g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

Definition der Ableitung:

$$\lim_{\tau \to 0} \frac{1}{\tau}(v(t+\tau) - v(t)) = g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

Differenzenquotient:

$$\frac{1}{\tau}(v(t+\tau) - v(t)) \approx g - \frac{k}{m} v^2(t)$$

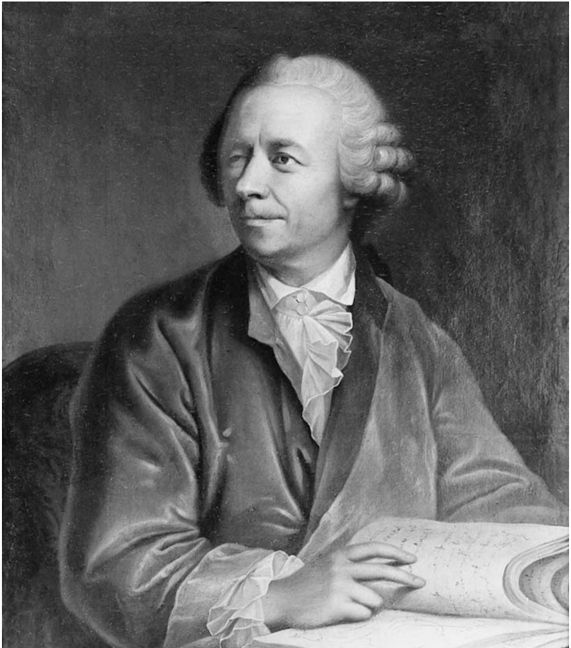
für $\tau > 0$ klein.

Lösungsverfahren (Euler):

$$v(0) := 0$$

$$v(t+\tau) := v(t) + \tau \left(g - \frac{k}{m} v^2(t) \right)$$

Leonhard Euler (1707 in Basel – 1783 in Sankt Petersburg)



Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Lösungsverfahren (Euler):

$$v(0) := 0$$

$$v(t+\tau) := v(t) + \tau \left(g - \frac{k}{m} v^2(t) \right)$$

Tabellenkalkulation:

	A	B	...	G	H
1					
2					
3					
4					

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Lösungsverfahren (Euler):

$$v(0) := 0$$
$$v(t+\tau) := v(t) + \tau\left(g - \frac{k}{m}v^2(t)\right)$$

Tabellenkalkulation:

	A	B	...	G	H
1	t	v			
2					
3					
4					

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Lösungsverfahren (Euler):

$$v(0) := 0$$

$$v(t+\tau) := v(t) + \tau\left(g - \frac{k}{m}v^2(t)\right)$$

Tabellenkalkulation:

	A	B	...	G	H
1	t	v		τ=	0,1
2					
3					
4					

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Lösungsverfahren (Euler):

$$v(0) := 0$$
$$v(t+\tau) := v(t) + \tau \left(g - \frac{k}{m} v^2(t) \right)$$

Tabellenkalkulation:

	A	B	...	G	H
1	t	v		τ=	0,1
2				k=	0,0001
3					
4					

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Lösungsverfahren (Euler):

$$v(0) := 0$$
$$v(t+\tau) := v(t) + \tau\left(g - \frac{k}{m}v^2(t)\right)$$

Tabellenkalkulation:

	A	B	...	G	H
1	t	v		τ=	0,1
2				k=	0,0001
3				m=	100
4					

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Lösungsverfahren (Euler):

$$v(0) := 0$$
$$v(t+\tau) := v(t) + \tau\left(g - \frac{k}{m}v^2(t)\right)$$

Tabellenkalkulation:

	A	B	...	G	H
1	t	v		τ=	0,1
2				k=	0,0001
3				m=	100
4				g=	9,81

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Lösungsverfahren (Euler):

$$v(0) := 0$$

$$v(t+\tau) := v(t) + \tau\left(g - \frac{k}{m}v^2(t)\right)$$

Tabellenkalkulation:

	A	B	...	G	H
1	t	v		τ=	0,1
2	0			k=	0,0001
3				m=	100
4				g=	9,81

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Lösungsverfahren (Euler):

$$v(0) := 0$$

$$v(t+\tau) := v(t) + \tau\left(g - \frac{k}{m}v^2(t)\right)$$

Tabellenkalkulation:

	A	B	...	G	H
1	t	v		τ=	0,1
2	0	0		k=	0,0001
3				m=	100
4				g=	9,81

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

Lösungsverfahren (Euler):

$$v(0) := 0$$
$$v(t+\tau) := v(t) + \tau\left(g - \frac{k}{m}v^2(t)\right)$$

Tabellenkalkulation:

	A	B	...	G	H
1	t	v		τ=	0,1
2	0	0		k=	0,0001
3	=A2+$H$1			m=	100
4				g=	9,81

Wie kann ich die Differentialgleichung lösen, ohne die Lösungsfunktion zu kennen?

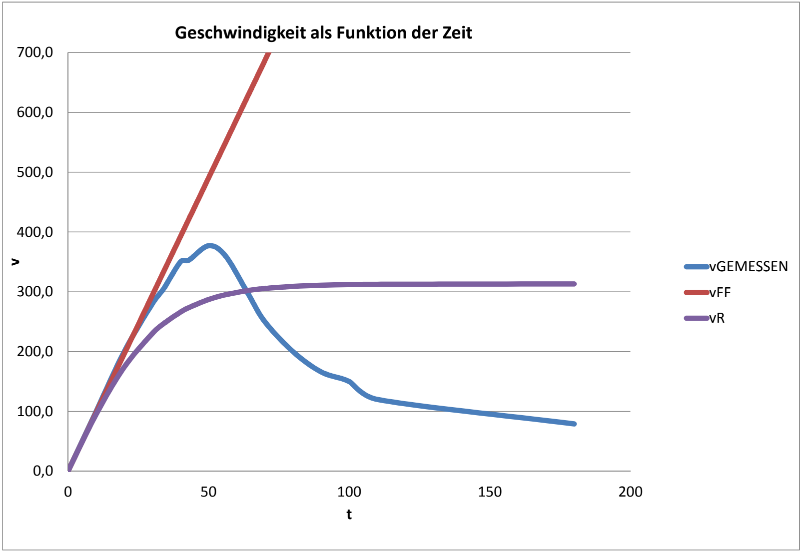
Lösungsverfahren (Euler):

$$v(0) := 0$$
$$v(t+\tau) := v(t) + \tau \left(g - \frac{k}{m} v^2(t) \right)$$

Tabellenkalkulation:

	A	B	...	G	H
1	t	v		τ=	0,1
2	0	0		k=	0,0001
3	=A2+$H$1	=B2+$H$1*($H$4-$H$2/$H$3*B2^2)		m=	100
4				g=	9,81

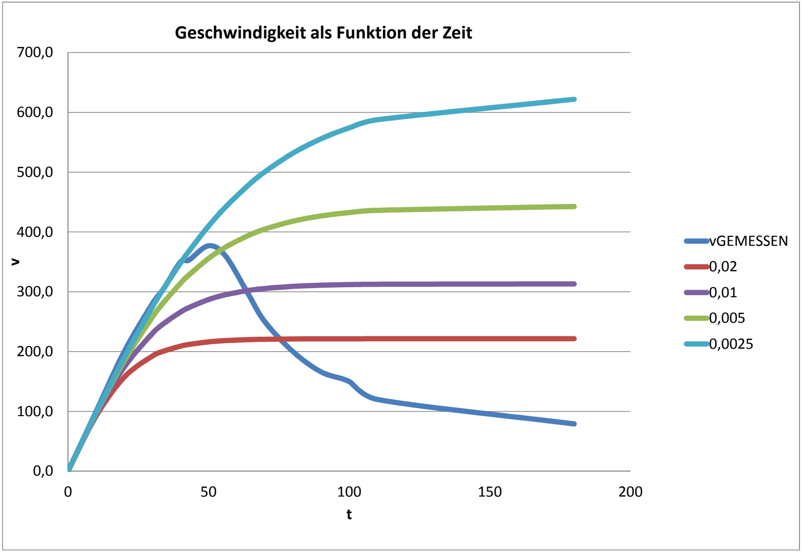
Ergebnis



Geschwindigkeit als Funktion der Zeit
700,0
600,0
500,0
400,0
300,0
200,0
100,0
0,0
v
0
50
100
150
200
t
vGEMESSEN
vFF
vR

Wie müssen wir k wählen?

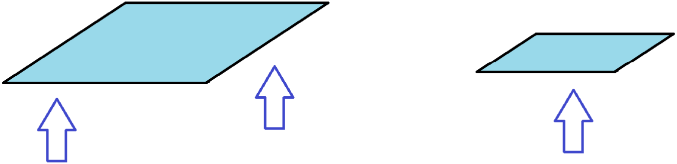
Verschiedene Werte von k



Wie müssen wir k wählen?

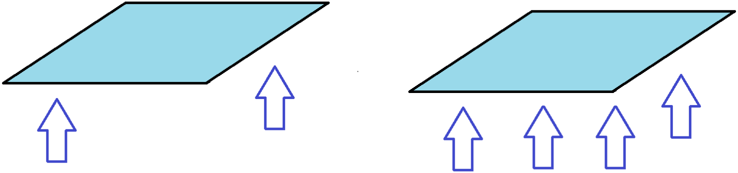
Nicht konstant?

Fläche A



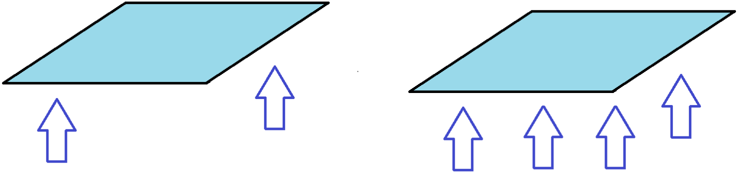
$$k = A * (\dots)$$

Dichte ρ



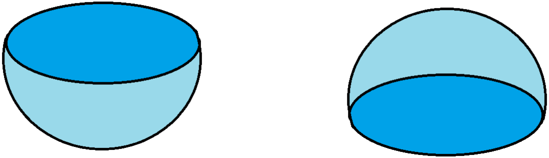
$$k = \rho * (\ldots\ldots.)$$

Dichte ρ



$$k = \rho * A * (\ldots)$$

Aerodynamische Konstante c_W



$$k = \rho * A * \frac{c_W}{2}$$

Reibungskoeffizient k

$$k = \rho * A * \frac{c_W}{2}$$

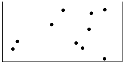
Reibungskoeffizient $k(t)$

$$k(t) = \rho(t) * A * \frac{c_W}{2}$$

k ist höhenabhängig, bzw. zeitabhängig

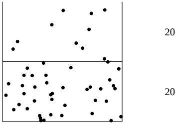
Die Dichte der Luft

Die Dichte der Luft

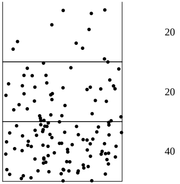


20

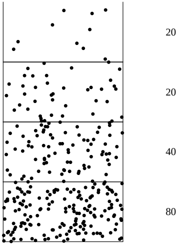
Die Dichte der Luft



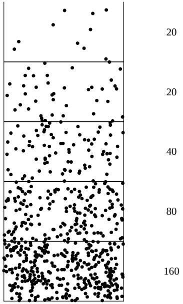
Die Dichte der Luft



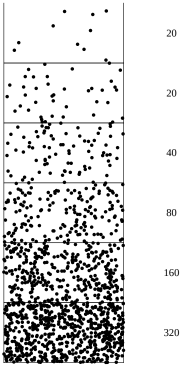
Die Dichte der Luft



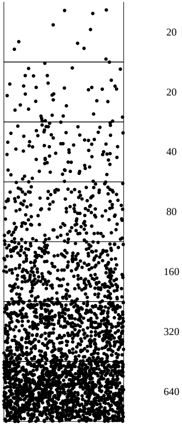
Die Dichte der Luft



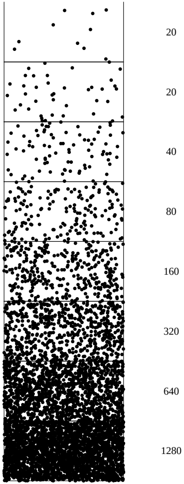
Die Dichte der Luft



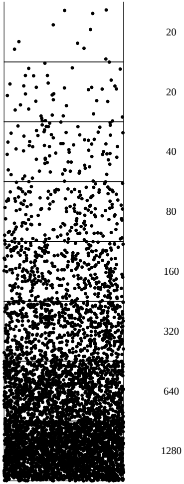
Die Dichte der Luft



Die Dichte der Luft



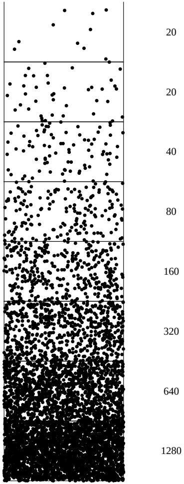
Die Dichte der Luft



Exponentielles Wachstum
(barometrische Höhenformel):

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-h/h_0}$$

Die Dichte der Luft



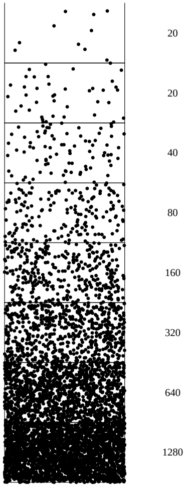
Exponentielles Wachstum (barometrische Höhenformel):

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-h/h_0}$$

Experimentelle Werte:

$$\rho_0 = 1,2; \qquad h_0 = 8400$$

Die Dichte der Luft



Exponentielles Wachstum
(barometrische Höhenformel):

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-h/h_0}$$

Experimentelle Werte:

$$\rho_0 = 1,2; \qquad h_0 = 8400$$

Gleichbedeutend:

$$\rho(h) = \rho_0 2^{-h/h_D}$$

mit:

$$\rho_0 = 1,2; \quad h_D = h_0 \ln 2 = 5822,44$$

Differentialgleichung

Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= g - \frac{k}{m} v^2(t)\\ &= g - \frac{Ac_W}{2m}\,\rho(h(t))v^2(t)\\ &= g - \frac{Ac_W}{2m}\,\rho_0\,\mathrm{e}^{-h(t)/h_0} v^2(t)\end{aligned}$$

Differentialgleichung

Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= g - \frac{k}{m} v^2(t) \\ &= g - \frac{A c_W}{2m}\, \rho(h(t)) v^2(t) \\ &= g - \frac{A c_W}{2m}\, \rho_0\, \mathrm{e}^{-h(t)/h_0} v^2(t)\end{aligned}$$

Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$\ddot{h}(t) = g - \frac{A c_W}{2m}\, \rho_0\, \mathrm{e}^{-h(t)/h_0} [\dot{h}(t)]^2$$

Differentialgleichung

Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= g - \frac{k}{m} v^2(t) \\ &= g - \frac{Ac_W}{2m}\,\rho(h(t))v^2(t) \\ &= g - \frac{Ac_W}{2m}\,\rho_0\,\mathrm{e}^{-h(t)/h_0} v^2(t)\end{aligned}$$

Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$\ddot{h}(t) = g - \frac{Ac_W}{2m}\,\rho_0\,\mathrm{e}^{-h(t)/h_0}[\dot{h}(t)]^2$$

System von Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned}\dot{h}(t) &= v(t) \\ \dot{v}(t) &= g - \frac{Ac_W}{2m}\,\rho_0\,\mathrm{e}^{-h(t)/h_0} v^2(t)\end{aligned}$$

Lösung der Differentialgleichung

System von Differentialgleichungen:

$$\dot{h}(t) = -v(t)$$

$$\dot{v}(t) = g - \frac{A c_W}{2m}\, \rho_0\, \mathrm{e}^{-h(t)/h_0}\, v^2(t)$$

Lösung der Differentialgleichung

System von Differentialgleichungen:

$$\dot{h}(t) = -v(t)$$
$$\dot{v}(t) = g - \frac{Ac_W}{2m}\ \rho_0\ \mathrm{e}^{-h(t)/h_0} v^2(t)$$

Differenzenquotient:

$$\frac{1}{\tau}(h(t+\tau) - h(t)) \approx -v(t)$$
$$\frac{1}{\tau}(v(t+\tau) - v(t)) \approx \frac{Ac_W}{2m}\ \rho_0\ \mathrm{e}^{-h(t)/h_0} v^2(t)$$

Lösung der Differentialgleichung

System von Differentialgleichungen:

$$\dot{h}(t) = -v(t)$$
$$\dot{v}(t) = g - \frac{Ac_W}{2m}\,\rho_0\,\mathrm{e}^{-h(t)/h_0}\,v^2(t)$$

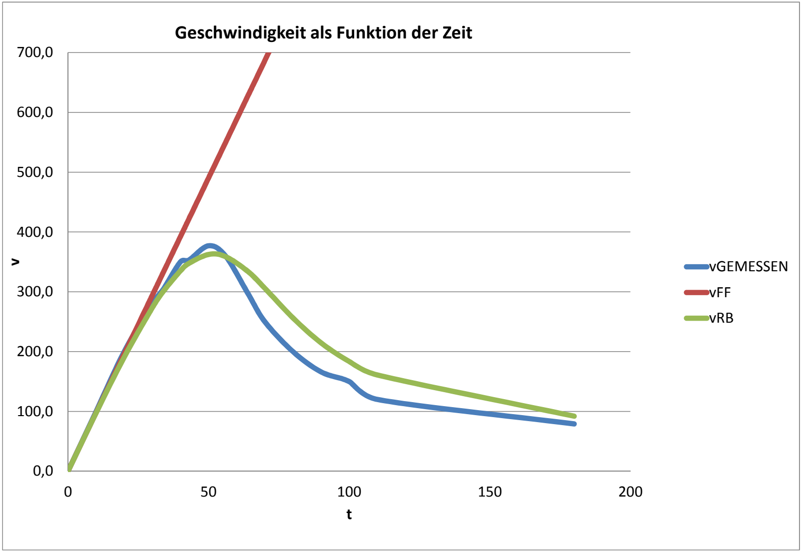
Differenzenquotient:

$$\frac{1}{\tau}(h(t+\tau) - h(t)) \approx -v(t)$$
$$\frac{1}{\tau}(v(t+\tau) - v(t)) \approx \frac{Ac_W}{2m}\,\rho_0\,\mathrm{e}^{-h(t)/h_0}\,v^2(t)$$

Lösungsverfahren (Euler):

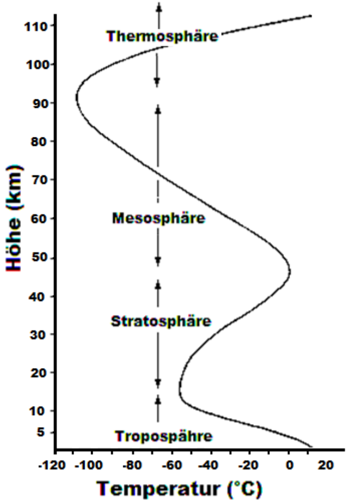
$$h(0) := 38\,969$$
$$v(0) := 0$$
$$h(t+\tau) := h(t) - \tau v(t)$$
$$v(t+\tau) := v(t) + \tau\left(g - \frac{Ac_W}{2m}\,\rho_0\,\mathrm{e}^{-h(t)/h_0}\,v^2(t)\right)$$

Ergebnis


Geschwindigkeit als Funktion der Zeit
700,0
600,0
500,0
400,0
300,0
200,0
100,0
0,0
v
0
50
100
150
200
t
vGEMESSEN
vFF
vRB

Temperaturunterschiede

Temperaturunterschiede



Dichtetabelle

h	$\rho(h)$	h	$\rho(h)$	h	$\rho(h)$
0	1,22500	16000	0,166470	32000	0,0135550
1000	1,11170	17000	0,142300	33000	0,0115730
2000	1,00660	18000	0,121650	34000	0,0098847
3000	0,90925	19000	0,104000	35000	0,0084634
4000	0,81935	20000	0,088910	36000	0,0072579
5000	0,73643	21000	0,075715	37000	0,0062355
6000	0,66011	22000	0,064510	38000	0,0053666
7000	0,59002	23000	0,055006	39000	0,0046268
8000	0,52579	24000	0,049380	40000	0,0039957
9000	0,46709	25000	0,040084		
10000	0,41351	26000	0,034257		
11000	0,36480	27000	0,029298		
12000	0,31194	28000	0,025076		
13000	0,26660	29000	0,021478		
14000	0,22786	30000	0,018410		
15000	0,19476	31000	0,015792		

Dichte – lineare Interpolation

$$\rho(h) = \rho\left(1000 * \left\lfloor \frac{h}{1000} \right\rfloor\right) + \frac{h - 1000\left\lfloor \frac{h}{1000} \right\rfloor}{1000} * \left(\rho\left(1000 * \left\lceil \frac{h}{1000} \right\rceil\right) - \rho\left(1000 * \left\lfloor \frac{h}{1000} \right\rfloor\right)\right)$$

$\lfloor \cdot \rfloor$ ... abrunden auf ganze Zahl

$\lceil \cdot \rceil$ ... aufrunden auf ganze Zahl

Dichte – lineare Interpolation

$$\rho(h) = \rho\left(1000 * \left\lfloor \frac{h}{1000} \right\rfloor\right) + \frac{h - 1000\left\lfloor \frac{h}{1000} \right\rfloor}{1000} * \left(\rho\left(1000 * \left\lceil \frac{h}{1000} \right\rceil\right) - \rho\left(1000 * \left\lfloor \frac{h}{1000} \right\rfloor\right)\right)$$

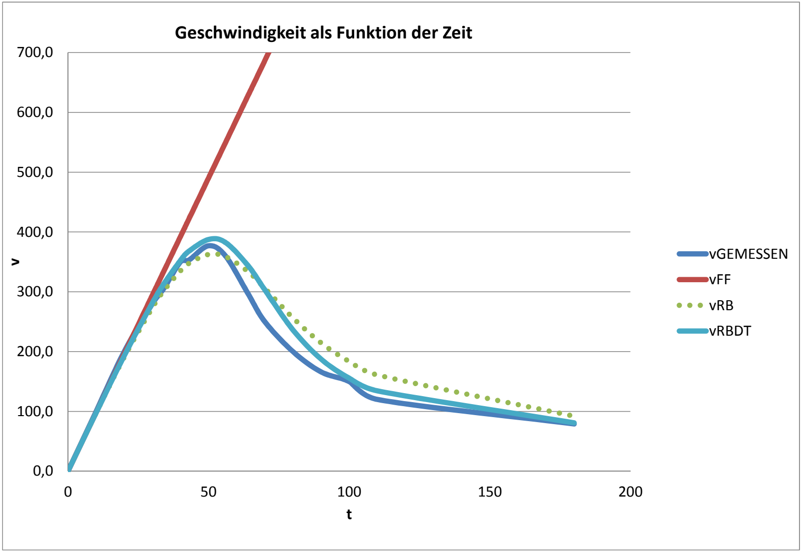
$\lfloor \cdot \rfloor$ ... abrunden auf ganze Zahl

$\lceil \cdot \rceil$ ... aufrunden auf ganze Zahl

Wichtige Befehle:

- AUFRUNDEN
- ABRUNDEN
- BEREICH.VERSCHIEBEN (in Excel) bzw. VERSCHIEBUNG (in OO Calc)

Ergebnis


Geschwindigkeit als Funktion der Zeit
700,0
600,0
500,0
400,0
300,0
200,0
100,0
0,0
v
0
50
100
150
200
t
vGEMESSEN
vFF
vRB
vRBDT

Wie fühlt man sich?

- Hohe Geschwindigkeit

Wie fühlt man sich?

- Hohe Geschwindigkeit
- Keine hohen Beschleunigungen („g-Kräfte“)

Wie fühlt man sich?

- Hohe Geschwindigkeit
- Keine hohen Beschleunigungen („g-Kräfte“)
- Wenig Luft

Wie fühlt man sich?

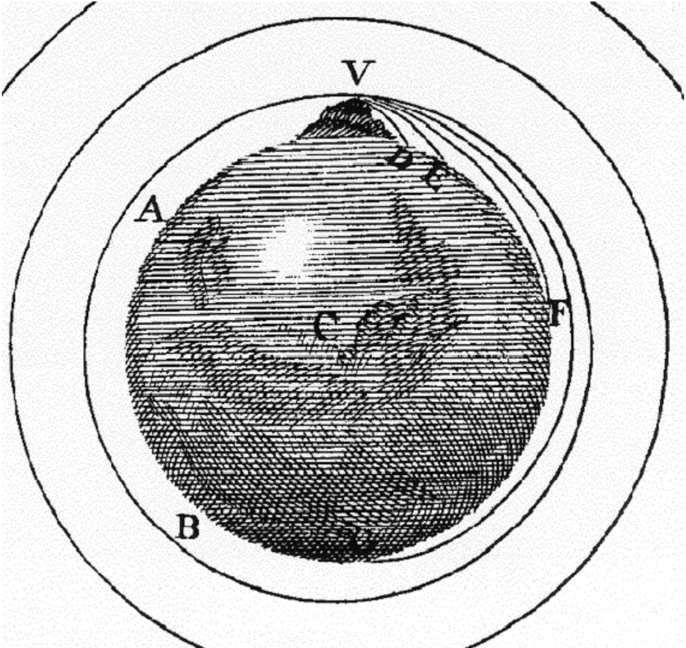
- Hohe Geschwindigkeit
- Keine hohen Beschleunigungen („g-Kräfte“)
- Wenig Luft
- Kalt

Wie fühlt man sich?

- Hohe Geschwindigkeit
- Keine hohen Beschleunigungen („g-Kräfte“)
- Wenig Luft
- Kalt
- Gute Aussicht

Kanonenantrieb

Kanonenantrieb



Kräfte

Gravitation:

- $F_G = \frac{GmM}{r^2}$
- Gravitationskonstante $G = 6,675 * 10^{-11} \frac{m^3}{kg\ s^{-2}}$
- Masse der Erde $M = 5,98 * 10^{24} kg$
- Masse der Rakete m
- Abstand zum Erdmittelpunkt $r = h + r_0$
- Erdradius $r_0 = 6378000m$
- Höhe h

Kräfte

Gravitation:

- $F_G = \frac{GmM}{r^2}$
- Gravitationskonstante $G = 6,675 * 10^{-11} \frac{m^3}{kg\ s^{-2}}$
- Masse der Erde $M = 5,98 * 10^{24} kg$
- Masse der Rakete m
- Abstand zum Erdmittelpunkt $r = h + r_0$
- Erdradius $r_0 = 6378000m$
- Höhe h

Kräftegleichgewicht:

- $a * m = -F_g$

Kräfte

Gravitation:

- $F_G = \frac{GmM}{r^2}$
- Gravitationskonstante $G = 6,675 * 10^{-11} \frac{m^3}{kg\ s^{-2}}$
- Masse der Erde $M = 5,98 * 10^{24} kg$
- Masse der Rakete m
- Abstand zum Erdmittelpunkt $r = h + r_0$
- Erdradius $r_0 = 6378000 m$
- Höhe h

Kräftegleichgewicht:

- $a * m = -F_g$
- $a(t) = \frac{G * M}{(h(t) + r_0)^2}$

Lösung der Differentialgleichung (Euler)

- $v(0) = ?$

Lösung der Differentialgleichung (Euler)

- $v(0) = ?$
- $h(0) = 0$

Lösung der Differentialgleichung (Euler)

- $v(0) = ?$
- $h(0) = 0$
- $h(t + \tau) = h(t) + \tau v(t)$

Lösung der Differentialgleichung (Euler)

- $v(0) = ?$
- $h(0) = 0$
- $h(t+\tau) = h(t) + \tau v(t)$
- $v(t+\tau) = v(t) - \tau \frac{G*M}{(h(t)+r_0)^2}$

Lösung der Differentialgleichung (Euler)

- $v(0) = ?$
- $h(0) = 0$
- $h(t + \tau) = h(t) + \tau v(t)$
- $v(t + \tau) = v(t) - \tau \frac{G * M}{(h(t) + r_0)^2}$

Bestimme für verschiedene Startgeschwindigkeiten $v(0)$ den Zeitpunkt, an dem die Kanonenkugel wieder am Boden auftrifft.

Lösung der Differentialgleichung (Euler)

- $v(0) =?$
- $h(0) = 0$
- $h(t + \tau) = h(t) + \tau v(t)$
- $v(t + \tau) = v(t) - \tau \frac{G * M}{(h(t) + r_0)^2}$

Bestimme für verschiedene Startgeschwindigkeiten $v(0)$ den Zeitpunkt, an dem die Kanonenkugel wieder am Boden auftrifft.

Gibt es eine Geschwindigkeit, sodass die Kanonenkugel nicht mehr zurückkehrt?

Fluchtgeschwindigkeit

- $E_{kin} = E_{grav}$

Fluchtgeschwindigkeit

- $E_{kin} = E_{grav}$
- $E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$

Fluchtgeschwindigkeit

- $E_{kin} = E_{grav}$
- $E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$
- $E_{grav} = \int_{r_0}^{\infty} \frac{GmM}{r^2} \mathrm{d}r = -\frac{GmM}{r}$

Fluchtgeschwindigkeit

- $E_{kin} = E_{grav}$
- $E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$
- $E_{grav} = \int_{r_0}^{\infty} \frac{GmM}{r^2} \mathrm{d}r = -\frac{GmM}{r}$
- $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = 11174,4 \text{ m/s}$

Startgeschwindigkeit für 40 km Höhe

Berechnet mit konstanter Gravitation:

- Anfangsbedingung: $v(0) = v_0,\ h(0) = 0$

Startgeschwindigkeit für 40 km Höhe

Berechnet mit konstanter Gravitation:

- Anfangsbedingung: $v(0) = v_0$, $h(0) = 0$
- Endbedingung $v(T) = 0$, $h(T) = 40000$

Startgeschwindigkeit für 40 km Höhe

Berechnet mit konstanter Gravitation:

- Anfangsbedingung: $v(0) = v_0$, $h(0) = 0$
- Endbedingung $v(T) = 0$, $h(T) = 40000$
- $v(t) = v_0 - g\ t$ mit $g = 9,81$
- $h(t) = v_0\ t - \frac{g\ t^2}{2}$

Startgeschwindigkeit für 40 km Höhe

Berechnet mit konstanter Gravitation:

- Anfangsbedingung: $v(0) = v_0,\ h(0) = 0$
- Endbedingung $v(T) = 0,\ h(T) = 40000$
- $v(t) = v_0 - g\ t$ mit $g = 9,81$
- $h(t) = v_0\ t - \frac{g\ t^2}{2}$
- Berechne aus Endbedingung für v: $T = v_0/g$

Startgeschwindigkeit für 40 km Höhe

Berechnet mit konstanter Gravitation:

- Anfangsbedingung: $v(0) = v_0$, $h(0) = 0$
- Endbedingung $v(T) = 0$, $h(T) = 40000$
- $v(t) = v_0 - g\ t$ mit $g = 9,81$
- $h(t) = v_0\ t - \frac{g\ t^2}{2}$
- Berechne aus Endbedingung für v: $T = v_0/g$
- Berechne aus Endbedingung für h: $v_0 = \sqrt{80000g} \approx 885,89$ m/s

Startgeschwindigkeit für 40 km Höhe

Berechnet mit konstanter Gravitation:

- Anfangsbedingung: $v(0) = v_0,\ h(0) = 0$
- Endbedingung $v(T) = 0,\ h(T) = 40000$
- $v(t) = v_0 - g\ t$ mit $g = 9,81$
- $h(t) = v_0\ t - \frac{g\ t^2}{2}$
- Berechne aus Endbedingung für v: $T = v_0/g$
- Berechne aus Endbedingung für h: $v_0 = \sqrt{80000g} \approx 885,89$ m/s

$\rightarrow$ Siehe auch zweite xls-Datei (aufgrund von Approximationsfehlern ist dort eine geringere Geschwindigkeit ausreichend)

Literatur

- Spreitzer/Süss-Stepancik: *Der freie Fall – von der Stratosphäre bis zum Kuipergürtel*. In: Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht 2, Springer Fachmedien Wiesbaden. 2014.
- Red Bull Stratos Summary Report. Findings of the Red Bull Stratos Scientific Summit, California Science Center, Los Angeles. 2013.